미적분 2024학년도 수능 2, 3점 모음(17문제)

고3 23년 11월

2024.08.23 | 17문제 | 부산연제고등학교 이름 ______________

QR을 스캔해 정답을
입력해 보세요!

| 지수법칙(2) : 지수가 유리수일 때 | 정답률 89%

01 [2023년 11월 고3 1번 변형]

$\sqrt[8]{64} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4
④ 8 ⑤ 16

| 미분계수를 이용하여 극한값 구하기 | 정답률 84%

02 [2023년 11월 고3 2번 변형]

함수 $f(x)=x^3-2x^2+3$에 대하여

$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

| 여러 가지 각의 삼각함수 | 정답률 77%

03 [2023년 11월 고3 3번 변형]

$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos(-\theta)=-\dfrac{1}{4}$일 때,

$\tan\theta$의 값은?

① -4 ② $-\sqrt{15}$ ③ $-2\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{15}$

| 함수가 연속일 조건(1) : 구간별로 주어진 함수가 연속일 조건 | 정답률 91%

04 [2023년 11월 고3 4번 변형]

함수 $f(x)=\begin{cases} x-a & (x<3) \\ 2x^2+a & (x\geq 3)\end{cases}$이 실수 전체의

집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① -6 ② $-\dfrac{13}{2}$ ③ -7
④ $-\dfrac{15}{2}$ ⑤ -8

| 도함수가 주어진 경우의 부정적분 : f'(x)로부터 f(x)구하기 | 정답률 90%

05 [2023년 11월 고3 5번 변형]

다항함수 $f(x)$가 $f'(x)=2x(3x-1)$, $f(1)=5$를

만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

① 9 ② 16 ③ 25
④ 36 ⑤ 49

| 부분의 합이 주어진 등비수열의 합 | 정답률 75%

06 [2023년 11월 고3 6번 변형]

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라

하자. $S_5-S_3=4a_5$, $a_6=\dfrac{4}{3}$일 때, a_1+a_2의 값은?

① 432 ② 430 ③ 428
④ 426 ⑤ 424

| 함수의 극대 · 극소 (함수의 극값, 극댓값, 극솟값 구하기) | 정답률 90%

07

[2023년 11월 고3 7번 변형]

함수 $f(x)=x^3-3x^2-24x+1$이 $x=\alpha$에서 극대이고 $x=\beta$에서 극소일 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, α와 β는 상수이다.)

① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

| 우함수 · 기함수의 정적분(1) : 피적분함수가 주어진 경우 | 정답률 81%

08

[2023년 11월 고3 8번 변형]

삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$xf(x)+f(x)=x^4+x$를 만족시킬 때, $\int_{-3}^{3} f(x)dx$의 값은?

① -14 ② -16 ③ -18
④ -20 ⑤ -22

| 지수에 미지수를 포함하는 방정식(1) : 밑을 같게 할 수 있는 경우 | 정답률 86%

09

[2023년 11월 고3 16번 변형]

방정식 $4^{x-5}=\left(\frac{1}{8}\right)^x$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오.

| 곱의 미분법(1) : y=f(x)g(x) 꼴 | 정답률 83%

10

[2023년 11월 고3 17번 변형]

함수 $f(x)=2(x+3)(x^2+1)$에 대하여 $f'(2)$의 값을 구하시오.

| Σ의 성질 | 정답률 76%

11

[2023년 11월 고3 18번 변형]

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$\sum_{k=1}^{5} a_k=\sum_{k=1}^{5}(2b_k-3)$, $\sum_{k=1}^{5}(2a_k+b_k)=20$일 때,

$\sum_{k=1}^{5} b_k$의 값을 구하시오.

| 삼각함수가 포함된 부등식(2) : (치환하여) 이차 이상의 다항식이 되는 경우 | 정답률 61%

12

[2023년 11월 고3 19번 변형]

함수 $f(x)=\sin\pi x$라 할 때, $0<x<4$에서

부등식 $f(1+x)f(1-x)>-\frac{1}{2}$을 만족시키는 모든

자연수 x의 값의 합을 구하시오.

| 로그함수의 극한(1) : lim{x->0} ln(1+x)/x 꼴의 극한 | 정답률 85%

13

[2023년 11월 고3 미적분 23번 변형]

$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+7x)}{\ln(1+4x)}$의 값은?

① $\frac{11}{8}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{13}{8}$
④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

| 매개변수로 나타낸 함수의 미분법 | 정답률 80%

14

[2023년 11월 고3 미적분 24번 변형]

매개변수 t $(t>0)$으로 나타내어진

곡선 $x=\ln(3t^2+1)$, $y=\sin\pi t^2$에서 $t=\frac{1}{2}$일 때,

$\frac{dy}{dx}$의 값은?

① $\frac{5\sqrt{2}}{24}\pi$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ ③ $\frac{7\sqrt{2}}{24}\pi$
④ $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{8}\pi$

| 치환적분을 이용한 정적분(2) : 유리함수 | 정답률 58%

15 [2023년 11월 고3 미적분 25번 변형]

양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 있다. $g(x)$는 $f(x)$의 역함수이고, $g'(x)$는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다.
모든 양수 a에 대하여

$$\int_2^a \frac{1}{g'(f(x))f(x)}dx = 3\ln a - \ln(a+2) - \ln 2$$이고

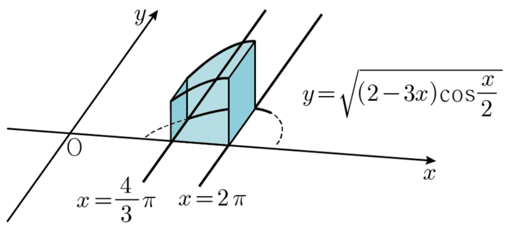
$f(2)=4$일 때, $f(6)$의 값은?

① 46 ② 48 ③ 50
④ 52 ⑤ 54

| 입체도형의 부피; 단면이 밑면과 수직인 경우(1) | 정답률 50%

16 [2023년 11월 고3 미적분 26번 변형]

다음 그림과 같이
곡선 $y=\sqrt{(2-3x)\cos\frac{x}{2}}$ $\left(\frac{4}{3}\pi \le x \le 2\pi\right)$와
x축 및 두 직선 $x=\frac{4}{3}\pi$, $x=2\pi$로 둘러싸인 부분을
밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때,
이 입체도형의 부피는?



① $6-2\sqrt{3}+4\sqrt{3}\pi$ ② $6+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\pi$
③ $12-2\sqrt{3}+4\sqrt{3}\pi$ ④ $12+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\pi$
⑤ $18-2\sqrt{3}+4\sqrt{3}\pi$

| 접선의 방정식(4) : 곡선 밖의 점이 주어진 경우 | 정답률 59%

17 [2023년 11월 고3 미적분 27번 변형]

실수 t에 대하여 원점을 지나고 곡선 $y=\frac{2}{e^x}-e^t$에 접하는 직선의 기울기를 $f(t)$라 하자. $f(a)=-2\sqrt{e}$를 만족시키는 상수 a에 대하여 $f'(a)$의 값은?

① $\frac{4}{3}\sqrt{e}$ ② $\frac{5}{3}\sqrt{e}$ ③ $2\sqrt{e}$
④ $\frac{7}{3}\sqrt{e}$ ⑤ $\frac{8}{3}\sqrt{e}$

미적분 2024학년도 수능 2, 3점 모음(17문제)

고3 23년 11월

2024.08.23 | 17문제 | 부산연제고등학교 이름 ____________

QR을 스캔해 정답을 입력해 보세요!

01 정답 ②

해설 $\sqrt[8]{64} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = (2^6)^{\frac{1}{8}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$

$= 2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$

$= 2^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}} = 2$

02 정답 ①

해설 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$에서

$f'(x) = 3x^2 - 4x$이므로

$\lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = f'(1)$

$= 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1$

$= -1$

03 정답 ②

해설 $\cos(-\theta) = \cos\theta = -\frac{1}{4}$에서

$\cos\theta = -\frac{1}{4}$

이때 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$이므로

$\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta}$

$= \sqrt{1-\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$\therefore \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -\sqrt{15}$

04 정답 ④

해설 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이므로

함수 $f(x)$는 $x=3$에서도 연속이어야 한다.

즉, $\lim_{x\to 3-} f(x) = \lim_{x\to 3+} f(x) = f(3)$이므로

$\lim_{x\to 3-} f(x) = \lim_{x\to 3-} (x-a)$

$= 3-a$

$\lim_{x\to 3+} f(x) = \lim_{x\to 3+} (2x^2+a)$

$= 18+a$

$f(3) = 18+a$

따라서 $3-a = 18+a = 18+a$에서

$a = -\frac{15}{2}$

05 정답 ⑤

해설 $f'(x) = 6x^2 - 2x$이므로

$f(x) = \int (6x^2-2x)dx$

$= 2x^3 - x^2 + C$ (C는 적분상수)

이때 $f(1) = 2-1+C = 5$에서

$C = 4$

$\therefore f(3) = 2 \cdot 3^3 - 3^2 + 4 = 49$

06 정답 ①

해설 $S_5 - S_3 = a_5 + a_4$이므로

$a_4 + a_5 = 4a_5$, $a_4 = 3a_5$

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r라 하면

$a_6 = \frac{4}{3}$에서 $r \neq 0$이고

$a_4 = 3a_5$에서 $r = \frac{a_5}{a_4} = \frac{1}{3}$

$a_6 = a_1 \cdot r^5$에서

$a_1 = a_6 \cdot \frac{1}{r^5} = \frac{4}{3} \cdot 3^5 = 324$,

$a_2 = a_1 \cdot r = 324 \cdot \frac{1}{3} = 108$

$\therefore a_1 + a_2 = 108 + 324 = 432$

07 정답 ④

해설 $f(x)=x^3-3x^2-24x+1$에서

$f'(x)=3x^2-6x-24$

$=3(x+2)(x-4)$

이때 $f'(x)=0$에서

$x=-2$ 또는 $x=4$

따라서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

함수 $f(x)$는 $x=-2$에서 극대이고, $x=4$에서 극소이다.

따라서 $\alpha=-2$, $\beta=4$이므로

$\beta-\alpha=4-(-2)=6$

08 정답 ③

해설 $xf(x)+f(x)=x^4+x$에서

$(x+1)f(x)=x(x+1)(x^2-x+1)$ $\cdots$ ㉠

$f(x)$가 삼차함수이고 ㉠이 x에 대한 항등식이므로

$f(x)=x(x^2-x+1)$

$$\therefore \int_{-3}^{3}f(x)dx=\int_{-3}^{3}x(x^2-x+1)dx$$

$$=\int_{-3}^{3}(x^3-x^2+x)dx$$

$$=2\int_{0}^{3}(-x^2)dx$$

$$=-2\cdot\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$$

$$=-18$$

09 정답 2

해설 $4^{x-5}=\left(\frac{1}{8}\right)^x$

$(2^2)^{x-5}=(2^{-3})^x$

$2^{2x-10}=2^{-3x}$

따라서 $2x-10=-3x$에서

$5x=10$, 즉 $x=2$

10 정답 50

해설 $f(x)=2(x+3)(x^2+1)$이므로

$f'(x)=2(x^2+1)+2(x+3)\cdot 2x$

$\therefore f'(2)=2\cdot 5+2\cdot 5\cdot 4$

$=50$

11 정답 10

해설 $\sum_{k=1}^{5}a_k=\sum_{k=1}^{5}(2b_k-3)$

$=2\sum_{k=1}^{5}b_k-15$ $\cdots$ ㉠

$\sum_{k=1}^{5}(2a_k+b_k)=20$에서

$2\sum_{k=1}^{5}a_k+\sum_{k=1}^{5}b_k=20$

$\sum_{k=1}^{5}b_k=-2\sum_{k=1}^{5}a_k+20$ $\cdots$ ㉡

이때 ㉠을 ㉡에 대입하면

$\sum_{k=1}^{5}b_k=-2\left(2\sum_{k=1}^{5}b_k-15\right)+20$

$\sum_{k=1}^{5}b_k=-4\sum_{k=1}^{5}b_k+50$

$5\sum_{k=1}^{5}b_k=50$

$\therefore \sum_{k=1}^{5}b_k=10$

12 정답 6

해설 $f(1+x)=\sin(\pi+\pi x)=-\sin\pi x$,

$f(1-x)=\sin(\pi-\pi x)=\sin\pi x$이므로 주어진 부등식은

$-\sin^2\pi x>-\frac{1}{2}$, 즉 $-\frac{\sqrt{2}}{2}<\sin\pi x<\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cdots$ ㉠

이때 $0<x<4$에서 $0<\pi x<4\pi$이므로 ㉠에서

$0<\pi x<\frac{\pi}{4}$ 또는 $\frac{3}{4}\pi<\pi x<\frac{5}{4}\pi$ 또는

$\frac{7}{4}\pi<\pi x<\frac{9}{4}\pi$ 또는 $\frac{11}{4}\pi<\pi x<\frac{13}{4}\pi$ 또는

$\frac{15}{4}\pi<\pi x<4\pi$

즉, $0<x<\frac{1}{4}$ 또는 $\frac{3}{4}<x<\frac{5}{4}$ 또는 $\frac{7}{4}<x<\frac{9}{4}$

또는 $\frac{11}{4}<x<\frac{13}{4}$ 또는 $\frac{15}{4}<x<4$이므로 구하는

자연수 x의 값은 $1, 2, 3$이다.

따라서 구하는 모든 자연수 x의 값의 합은

$1+2+3=6$

13 정답 ④

해설
$$\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+7x)}{\ln(1+4x)}=\lim_{x\to0}\frac{7x\cdot\frac{\ln(1+7x)}{7x}}{4x\cdot\frac{\ln(1+4x)}{4x}}$$
$$=\frac{7}{4}\lim_{x\to0}\frac{\frac{\ln(1+7x)}{7x}}{\frac{\ln(1+4x)}{4x}}$$
$$=\frac{7}{4}\cdot\frac{1}{1}=\frac{7}{4}$$

14 정답 ③

해설 $x=\ln(3t^2+1)$에서
$$\frac{dx}{dt}=\frac{6t}{3t^2+1}$$
$y=\sin\pi t^2$에서
$$\frac{dy}{dt}=2\pi t\cos\pi t^2$$
$$\therefore\ \frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$
$$=\frac{2\pi t\cos\pi t^2}{\frac{6t}{3t^2+1}}$$
$$=\frac{\pi(3t^2+1)\cos\pi t^2}{3}$$
따라서 $t=\frac{1}{2}$일 때의 $\frac{dy}{dx}$의 값은
$$\frac{\pi\left\{3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+1\right\}\cos\left(\pi\cdot\frac{1}{4}\right)}{3}=\frac{\pi\cdot\frac{7}{4}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{3}$$
$$=\frac{7\sqrt{2}}{24}\pi$$

15 정답 ⑤

해설 함수 $g(x)$의 정의역이 양의 실수 전체의 집합이고
그 역함수 $f(x)$의 치역은 양의 실수 전체의 집합이다.
즉, 모든 양수 x에 대하여
$f(x)>0$ $\cdots$ ㉠
모든 양수 x에 대하여 $g(f(x))=x$이므로 양변을 x에 대하여 미분하면
$g'(f(x))f'(x)=1$
$$\therefore\ \int_2^a\frac{1}{g'(f(x))f(x)}dx$$
$$=\int_2^a\frac{f'(x)}{f(x)}dx$$
$$=\Big[\ln|f(x)|\Big]_2^a$$
$$=\ln f(a)-\ln f(2)$$
$$=\ln f(a)-\ln 4$$
$$=\ln f(a)-2\ln 2$$
따라서 $\ln f(a)-2\ln2=3\ln a-\ln(a+2)-\ln2$에서
$$\ln f(a)=3\ln a-\ln(a+2)+\ln 2$$
$$=\ln a^3-\ln(a+2)+\ln2$$
$$=\ln\frac{2a^3}{a+2}$$
즉, $f(a)=\frac{2a^3}{a+2}$이므로
$$f(6)=\frac{2\cdot6^3}{6+2}=54$$

16 정답 ①

해설 직선 $x=t\ \left(\frac{4}{3}\pi\le t\le2\pi\right)$를 포함하고 x축에 수직인 평면으로 입체도형을 자른 단면의 넓이를 $S(t)$라 하면
$$S(t)=(2-3t)\cos\frac{t}{2}$$
따라서 입체도형의 부피를 V라 하면
$u(t)=2-3t,\ v'(t)=\cos\frac{t}{2}$
$u'(t)=-3,\ v(t)=2\sin\frac{t}{2}$이므로
$$V=\int_{\frac{4}{3}\pi}^{2\pi}(2-3t)\cos\frac{t}{2}dt$$
$$=\left[(2-3t)\cdot2\sin\frac{t}{2}\right]_{\frac{4}{3}\pi}^{2\pi}+6\int_{\frac{4}{3}\pi}^{2\pi}\sin\frac{t}{2}dt$$
$$=2\left[(2-3t)\sin\frac{t}{2}\right]_{\frac{4}{3}\pi}^{2\pi}+6\left[-2\cos\frac{t}{2}\right]_{\frac{4}{3}\pi}^{2\pi}$$
$$=2\left\{-(2-4\pi)\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\}+6(2-1)$$
$$=-2\sqrt{3}+4\sqrt{3}\pi+6$$

17 정답 ③

해설 $y=2e^{-x}-e^{t}$이므로

$y'=-2e^{-x}$

접점의 좌표를 $(s,\ 2e^{-s}-e^{t})$이라고 하면 접선의 방정식은

$y=-2e^{-s}(x-s)+2e^{-s}-e^{t}$

이 접선이 원점을 지나므로

$2se^{-s}+2e^{-s}-e^{t}=0$

$e^{t}=2(s+1)e^{-s}$ $\cdots$ ㉠

양변을 s에 대하여 미분하면

$e^{t}\dfrac{dt}{ds}=2e^{-s}-2(s+1)e^{-s}=-2se^{-s}$ $\cdots$ ㉡

또한, $f(t)=-2e^{-s}$이므로 양변을 s에 대하여 미분하면

$f'(t)\dfrac{dt}{ds}=2e^{-s}$ $\cdots$ ㉢

㉡, ㉢에서

$\dfrac{e^{t}}{f'(t)}=-s$, 즉 $f'(t)=-\dfrac{e^{t}}{s}$

또한, $f(a)=-2e^{-s}=-2\sqrt{e}=-2e^{\frac{1}{2}}$ 이므로

$s=-\dfrac{1}{2}$

㉠에서 $e^{a}=e^{\frac{1}{2}}$ 이므로

$f'(t)=-\dfrac{e^{t}}{s}$ 에서

$$f'(a)=-\frac{e^{\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}}=2e^{\frac{1}{2}}$$

$$=2\sqrt{e}$$